

Repetition Supremum & Infimum

(5min)

Supremum: kleinste obere Schranke einer Menge $A \subseteq S$

Definition in logischen Zeichen:

Definition obere Schranke:

Ein $o \in S$ ist eine obere Schranke, falls
 $\forall x \in A \quad o \geq x$

$\Rightarrow$ kleinste obere Schranke b :

1. $\forall x \in A \quad b \geq x$ (b ist obere Schranke)

2. $\forall o \in S \quad (\forall x \in A \quad o \geq x) \Rightarrow b \leq o$

Quiz Supremum & Infimum

(20min)

A

a) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < \pi\}$

b) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq \pi\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \pi\}$

d) $\emptyset$

e) $\{1, 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}, \dots\}$

f) $(0, 1)$

g) $\text{Im}(f), f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = -\sqrt{x}$

Welche dieser Mengen haben ein Supremum in $\mathbb{Q}$?

Welche haben eines in $\mathbb{R}$?

Welche haben ein Maximum?

Was sind die Werte des Supremums / Maximums?

Lösung:

- a) $\sup A$ existiert nicht in $\mathbb{Q}$
 $\sup A = \pi$ in $\mathbb{R}$
- b) Das ist die gleiche Menge wie in (a)
- c) $\sup A = \pi$, π ist ausserdem ein Maximum von A ,
denn $\pi \in A$.
- d) $\sup A = -\infty$, kein Maximum
- e) $\sup A = 2$, kein Maximum
- f) $\sup A = 1$, kein Maximum
- g) $\text{Im}(A) = (-\infty, 0] \Rightarrow \sup A = \max A = 0$